Por Ignacio Larrosa Cañestro [ilarrosa@mundo-r.com] Mayo 2003

Cuento las columnas a partir de la de las unidades, la primera, hacia la izquierda. En cada columna hay un acarreo de entrada procedente de la columna anterior, y puede producirse un acarreo de salida, que debe añadirse a la siguiente. Ambos pueden ser solo 0 ó 1 cuando solo hay dos sumandos, dado que la suma de dos dígitos no es mayor que 18.

1)

```
   S E N D
 + M O R E
----------
 M O N E Y
```

Por lo dicho antes, M = 1.

O solo podría ser 0 ó 1, pero puesto que M es 1, debe ser O = 0.

S debe ser 8 ó 9. Si fuese 8, se necesita un acarreo, lo que exige E = 9 y N = 0, lo que es imposible. Luego S = 9 y no hay acarreo de entrada en la cuarta columna.

De la columna 3, N = E + 1, hay acarreo de salida de la 2ª y E >= 2, N >= 3. Entonces, de la 2ª,

N + R + d = 10 + E ==> R + d + 1 = 10

donde 'd' es el posible acarreo de entrada en la 2ª. Como R no es 9, debe ser 8 y d = 1.

De la 1ª columna, D + E = 10 + Y

Tiene que ser 2 <= E <= 6, 2 <= D <= 7, 2 <= Y <= 7, y D e Y distintos de E + 1 (= N). Como Y >= 2 y D <= 7, debe ser E >= 5. Si E = 5, N = 6, D = 7, e Y = 2.

Si E es 6, D no puede ser 7 por que lo es N, ni <= 5, puesto que Y >= 2. Por tanto la única solución es:

```
   9 5 6 7
 + 1 0 8 5
----------
 1 0 6 5 2
```

2)

```
     E A T
 + T H A T
----------
 A P P L E
```

Debe ser A = 1, T = 9 y P = 0. Entonces E = 8, L = 3, y seguidamente H = 2. La solución única es:

```
     8 1 9
 + 9 2 1 9
----------
 1 0 0 3 8
```

==

3) DIEZ es par y TRES es impar, luego Z es par y S y E impares.

```
   D I E Z
 + T R E S
----------
 T R E C E
```

Debe ser T = 1. Siendo d el acarreo entrante en la columna 4, tenemos tres posibilidades:

i) D = 8, d = 1, R = 0. Pero esto implica I = 9 y E = 0, lo que es imposible.

ii) D = 9, d = 1, R = 1. Imposible.

iii) D = 9, d = 0, R = 0.

Entonces, E = I + 1 y E = 5 ó 7, para producir un acarreo saliente en la columna 2.

Si E es 5 y R = 0, debe ser C = 1, lo que es imposible.

Por tanto E = 7 y C = 5 ó 4, según haya acarreo o no de la primera columna.

C no puede ser 5, pues S debería ser 9, 7 ó 5, nada de lo cual es posible.

Si C = 4, ha de ser S = 5 y Z = 2. Tenemos entonces la única solución:

```
   9 6 7 2
 + 1 0 7 5
----------
 1 0 7 4 7
```

==

4) SEIS es divisible por 6

```
      S E I S
          D E
 +  E N E R O
-------------
    R E Y E S
```

De la 1ª columna, sabemos que S es par, E + O = 10, y se produce un acarreo de 1.

En la 5ª columna R = E + 1, por lo que se produce un acarreo de 1 en la 4ª.

En la 2ª, como E < R, debe producirse un acarreo d = 1 ó 2, con lo que

I + D + R + 1 = d*10 + E ===> I + D + 2 = d*10.

Si d = 2, queda I + D = 18, por lo que debe ser d = 1 y I + D = 8

De la 3ª, 2E + 1 = Y + d'*10, con d' = 0 ó 1.

De la 4ª, S + N + d' = E + 10.

De esta última deducimos E <= 8. Si E >= 5, d' = 1, y 0 en caso contrario.

Si E = 8, {N, S} = {8, 9}, coincidiendo con {E, R = E +1}.

Si E = 7, {N, S} = {9, 7}, coincidiendo con E.

Si E = 6, {N, S} = {9, 6} ó {8, 7}, coincidiendo con E ó R.

Si E = 5, {N, S} = {8, 6} ó {9, 5}, imposibles ambas.

Por tanto, d' = 0.

Para E = 4, {N, S} = {9, 5} (no por R) ú {8, 6} (no por O).

Para E = 3, {N, S} = {9, 4} (no por R), {8, 5} (no por O=Y) ó {7, 6} (no por Y).

Para E = 2, {N, S} = {9, 3} (no por R), {8, 4} (no por O) ó {7, 5} (no por Y).

Para E = 1, {N, S} = {9, 2} (no por R), {8, 3} (no por Y), {7, 4} ó (6, 5).

Para E = 0, no por Y = R, O = 10, ...

Por tanto E = 1, O = 9, R = 2, Y = 3. Como S debe ser par, quedan dos posibilidades:

i) N = 7, S = 4

ii) N = 5, S = 6

Como I + D = 8, en ambos casos ha de ser {I, D} = {0, 8}, y como D > 0, ha de ser I = 0 y D = 8.

Utilizando ahora que SEIS debe ser múltiplo de 3, solo nos vale para S el valor 4. Luego definitivamente:

S = 4, E = 1, I = 0, D = 8, N = 7, R = 2, O = 9, Y = 3. Es decir, la única solución es

```
      4 1 0 4
          8 1
 +  1 7 1 2 9
-------------
    2 1 3 1 4
```

==

5)

```
          W E
        A L L
      N E E D
 +    M O R E
-------------
    M O N E Y
```

Llamando d1, d2, d3, y d4 a los acarreos en las respectivas columnas, tenemos que d1, d2 <= 3, d3 <= 2, y finalmente d4 = M = 1. Entonces O = 0, 1 ó 2 y N = 7, 8, 9.

Pero estos valores de N no permiten d3 = 2, por lo que d3 = 0 ó 1 y N = 8 ó 9 y O = 0 ó 1. Pero si N = 8, lo que implica d3 = 1 y O = 0, debe ser A + E + d2 = 18. Pero A + E como máximo sería 16 (9 + 7), lo que implica d2 = 2.

Es decir, W + L + R + d1 = 20. Pero, teniendo en cuenta los valores de A, E y N, esta suma no puede ser mayor de 6 + 5 + 4 + 3 = 18.

Por tanto debe ser N = 9, d3 = O = 0 ó 1. Pero si d3 = 1, como antes A + E + 1 + d2 = 19, y como A + E es 8 + 7 = 15 como máximo, debería ser d2 = 3, lo que es imposible, pues como antes, no podría ser > 1. Luego d3 = O = 0.

Entonces, M = 1, O = 0, N = 9. Tenemos que

A + E + d2 = 9

W + L + R + d1 = 10*d2

2*E + L + D = Y + 10*d1

Se tiene que d2 = 1 ó 2, pues para que fuese 3 deberían ser W = L = R = 9.

Si d2 = 1, W + L + R = 2 + 3 + 4 = 9, no puede ser menos, y d1 = 1. lo que es imposible pues E debería ser al menos 5, y A como máximo 3. Luego d2 = 2, y

A + E = 7

W + L + R + d1 = 20

2*E + L + D = Y + 10*d1

Como 5 >= E >= 2, 2*E + L + D >= 11, por lo que d1 >= 1. No puede ser.

Como 5 >3, pues debería ser 2*E + L + D >= 32 y no puede ser más de 2*5 + 8 + 7

Como 5 >= 25. Luego d1 = 1 ó 2.

Si d1 = 1,

W + L + R = 19 ==> W + R >= 11

4 + L + D = Y + 2*A

23 = Y + W + R + 2*A - D,

Igualdad imposible de alcanzar, teniendo en cuenta que 2 <= A <= 5 y E = 7 - A, pues si

{Y, W, R} = {8, 7, 6}, 2*A - D = 2 y: A = 2 ==> D=2, A = 3 ==> D = 4 (= E), A=4 ==> D = 6, y A = 5 ==> D = 8.

{Y, W, R} = {8, 7, 5}, 2*A - D = 3 y: A = 2 ==> D=1, A = 3 ==> D = 3, A=4 ==> D = 5.

{Y, W, R} = {8, 7, 4}, 2*A - D = 4 y: A = 3 ==> E = 4, y A = 5 ==> D = 6 (i).

{Y, W, R} = {8, 7, 3}, 2*A - D = 5 y: A = 4 ==> D = 3, A = 5 ==> D=5.

{Y, W, R} = {8, 7, 2}, 2*A - D = 6 y: A = 4 ==> D = 2, A = 5 ==> E = 2.

{Y, W, R} = {8, 6, 5}, 2*A - D = 4 y: A = 3 ==> D = 2 (ii), A=4 ==> D = 4.

{Y, W, R} = {8, 6, 4}, 2*A - D = 5 y: A = 3 ==> D = 1, A = 5 ==> D = 5.

{Y, W, R} = {8, 6, 3}, 2*A - D = 6 y: A = 4 ==> E = 3, A = 5 ==> D = 4 (iii).

{Y, W, R} = {8, 6, 2}, 2*A - D = 7 y: A = 4 ==> D = 1, A = 5 ==> E = 2.

{Y, W, R} = {8, 5, 4}, 2*A - D = 6 y: A = 5 ==> D = 4.

{Y, W, R} = {8, 5, 3}, 2*A - D = 7 y: A = 4 ==> D = 1, A = 5 ==> D = 3.

{Y, W, R} = {8, 5, 2}, 2*A - D = 8 y: A = 5 ==> D = 2.

{Y, W, R} = {8, 4, 3}, 2*A - D = 8 y: A = 5 ==> D = 2 (= E).

{Y, W, R} = {8, 4, 2}, 2*A - D = 9 y: A = 5 ==> D = 1.

{Y, W, R} = {7, 6, 5}, 2*A - D = 5 y: A = 3 ==> D = 1, A = 4 ==> D = 3 (=E)

{Y, W, R} = {7, 6, 4}, 2*A - D = 6 y: A = 5 ==> D = 4.

{Y, W, R} = {7, 6, 3}, 2*A - D = 7 y: A = 4 ==> D = 1, A = 5 ==> D = 3.

{Y, W, R} = {7, 6, 2}, 2*A - D = 8 y: A = 5 ==> D = 2.

{Y, W, R} = {7, 5, 4}, 2*A - D = 7 no, pues solo podría ser A = 4 ó 5.

{Y, W, R} = {7, 5, 3}, 2*A - D = 8 no, pues solo podría ser A = 5.

{Y, W, R} = {7, 5, 2}, 2*A - D = 9 no, pues solo podría ser A = 5.

{Y, W, R} = {6, 5, 4}, 2*A - D = 8 no, pues solo podría ser A = 5.

{Y, W, R} = {6, 5, 3}, 2*A - D = 9 no, pues solo podría ser A = 5.

{Y, W, R} = {6, 5, 2}, 2*A - D = 10 no.

No valen otros valores de {Y, W, R} pues debe ser W + R >= 11

Han 'sobrevivido' tres posibilidades:

i) {Y, W, R} = {8, 7, 4}, A = 5, D = 6, E = 2. Pero de L = 19 - (W + R), resulta L = 4, 7 ú 8.

ii) {Y, W, R} = {8, 6, 5}, A = 3, D = 2, E = 4. Pero L = 5, 6 ú 8.

iii) {Y, W, R} = {8, 6, 3}, A = 5, D = 4, E = 2. Pero L = 5, 8 ó 10.

Luego d1 = 2, y

A + E = 7

W + L + R = 18

2*E + L + D = Y + 20

Como E <= 5, 2*E + L + D = 25 como máximo. Pero esto implicaría Y = E = 5. Por tanto Y = 2, 3 ó 4.

i) Y = 2

E = 3, A = 4, L + D = 16, no.

E = 4, A = 3, L + D = 14 ==> {L, D} = {6, 8}

L = 6 ==> W + R = 12, {W, R} = {7, 5}, 2 Soluciones:

```
    54
   366
  9448
+ 1074
```

```
   ------
    10942

       74
      366
     9448
   + 1054
   ------
    10942

   L = 8 ==> W + R = 10, no.

E = 5, A = 2, no.

ii) Y = 3

E = 2, A = 5, L + D = 19, no.

E = 4, A = 3, no.

E = 5, A = 2, L + D = 13, {L, D} = {7, 6}

   L = 7 ==>  W + R = 11, no.

   L = 6 ==>  W + R = 12, {W, R} = {8, 4}, 2 soluciones:

       45
      266
     9557
   + 1085
   ------
    10953

       85
      266
     9557
   + 1045
   ------
    10953

iii) Y = 4

E = 2, A = 5, L + D = 20, no.

E = 3, A = 4, L + D = 18, no.

E = 5, A = 2, L + D = 14, {L, D} = {8, 6}

   L = 8 ==>  W + R = 10, {W, R} = {7, 3}, 2 soluciones:

       35
      288
     9556
   + 1075
   ------
    10954

       75
      288
     9556
   + 1035
```

```
   ------
    10954
```

L = 6 ==> W + R = 12, no.

Quedan por tanto, seis soluciones. Podría arreglarse añadiendo que "somos (we) más de 80", por ejemplo.

==

6) Sabiendo que no hay ceros,

```
   P A R T O
     P A R A
+  P A R I S
------------
 M A R T E S
```

Como al sumar tres dígitos el acarreo máximo es 2, si P = 9 y d4 es 2, A es cero. Por tanto, M debe ser 1. Tampoco puede ser P = 9, pues d4 sería 1 y la A de MARTES sería 9, como P. Tenemos de la 1ª columna,

$O + A = 10$

$T + R + I + 1 = E + 10*d2$

$2R + A + d2 = T + 10*d3$

$2A + P + d3 = R +10*d4$

$2P + d4 = A + 10$

con 0 <= d2, d3, d4 <=2, y todas las letras >= 2 y <= 9, excepto P <= 8.

De la última, para que A fuese 8 debería ser P = 8 (y d4 = 2). Luego A <=7.

Pero si A = 7, d4 = 1 (por paridad) y P = 8, lo que es imposible. Luego A <= 6.

Pero si A = 6, d4 = 2 (por paridad y >= 1), y P = 7. Pero entonces si d3 = 1, R = 0 y si d3 = 2, R = 1, ambas imposibles. Por otra parte si d3 = 0, R = 9 y d3 = 2. Luego A <= 5.

Pero A no puede ser 5, pues también lo sería O. Por tanto A <= 4.

Si A = 4, d4 = 0 ó 2. Si d4 = 0, P = 7 y d4 = 1. Si d4 = 2, P = 6 y d4 = 1 igualmente.
Luego A <= 3.

Si A = 3, d4 = 1 y P = 6.

Si A = 2, d4 = 0 ó 2. Si d4 = 0, P = 6 y d4 = 1. Si d4 = 2, P = 5 y d4 < 2.

Luego A = 3, P = 6 y O = 7. Entonces R = 2 + d3 y d3 =/= 1.

$T + R + I + 1 = E + 10*d2$

$2R + 3 + d2 = T + 10*d3$

$R = 2 + d3$

Pero d3 no puede ser 2, pues R debería ser >= 8. Luego d3 = 0 y R = 2.

Entonces T = 7 + d2. Queda

7 + d2 + 2 + I + 1 = E + 10*d2

10 + d2 + I = E + 10*d2

Debe ser d2 > 0. Si d2 = 2, queda I = E + 8, lo que es.

Debe ser d2 > imposuble, pues E > 1. Luego d2 = 1 y E = I + 1 y T = 8.

Tenemos entonces M = 1, R = 2, A = 3, P = 6, O = 7 y T = 8. Debe ser entonces I = 4, E = 5 y finalmente S = 9. Queda entonces la única solución:

```
   6 3 2 8 7
     6 3 2 3
+  6 3 2 4 9
------------
 1 3 2 8 5 9
```

==

7)

```
     T R E C E
     T R E C E
 C A T O R C E
   V E I N T E
+  V E I N T E
--------------
 O C H E N T A
```

Ahora los acarreos d1, d2, d3, d4 y d5 pueden ser hasta 4. Como 5E = A + d1*10, A = 0 (E par =/= 0) ó 5 (E impar). Entonces d6 = 1 ó 2. Si A = 0 V > = 4 (si V = 3, d5 = 4 y C = 0, no).

Tenemos

5E = A + 10*d1

3C + T + d1 = 10*d2

2E + R + N + d2 = 10*d3

2R + O + 2I + d3 = E + 10*d4

3T + 2E + d4 = H + 10*d5

A + 2V + d5 = C + 10*d6

C + d6 = O

Examinando todas las posibilidades, con ordenador, se obtiene la solución única:

```
     3 1 4 5 4
     3 1 4 5 4
 5 0 3 6 1 5 4
   7 4 2 9 3 4
+  7 4 2 9 3 4
--------------
 6 5 8 4 9 3 0
```
==